



Übung 2 – Alter und Struktur der Erde

29./30./31.10.2012

2.1. Meteorite

- a) Beschreiben Sie die vorliegenden Meteorite. Achten Sie dabei vor allem auf Textur und Mineralbestand.
- b) Welche Unterschiede bestehen zwischen Stein- und Eisenmeteoriten? Wodurch kommt dieser zustande?

2.2. Alter der Erde

Es gibt vier stabile Blei-Isotope (^{204}Pb , ^{206}Pb , ^{207}Pb und ^{208}Pb), wobei nur ^{204}Pb nicht *radiogen* ist. Der ^{204}Pb -Gehalt bietet eine gute Referenz und daher werden die radiogenen Blei-Isotop-Gehalte mit dem nicht-radiogenen ^{204}Pb -Gehalt normalisiert. Dies bietet auch Vorteile bei der Messung, da Isotopen-Verhältnisse besser gemessen werden können als absolute Werte.

Für die Pb-Pb-Datierung relevant sind die beiden Zerfallsreihen von Uran. ^{238}U zerfällt zu ^{206}Pb mit einer Halbwertszeit von 4,47 Ga und ^{235}U zerfällt zu ^{207}Pb mit einer Halbwertszeit von 704 Ma. Die beiden Zerfallsreihen schließen viele Zwischenprodukte ein. Deren Halbwertszeiten sind allerdings gegenüber der zu datierenden Zeiten (Millionen bis Milliarden Jahre) so gering, dass sie vernachlässigt werden können. Neben dem *radiogenen* Gehalt an ^{206}Pb bzw. ^{207}Pb enthält das zu datierende Material auch noch einen Initialgehalt (**I**) des jeweiligen Isotops, der bei der Bildung des Materials bereits vorhanden war. Dieser muss zu dem *radiogenen* Gehalt addiert werden, um den heutigen Gehalt (**H**) zu erhalten.

Für die beiden Zerfallsreihen gilt:

$$\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H = \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I + \frac{^{235}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} (e^{\lambda_{235}t} - 1)$$

$$\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H = \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I + \frac{^{238}\text{U}}{^{204}\text{Pb}} (e^{\lambda_{238}t} - 1)$$

Die heutigen Blei-Gehalte werden im Massenspektrometer gemessen. Allerdings sind die Initialgehalte der jeweiligen Blei-Isotope unbekannt. Da beide Gleichungen zum selben System gehören, dürfen Sie durcheinander geteilt werden:

$$\frac{\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H}{\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H} = \frac{\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I}{\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I} + \frac{^{235}\text{U}}{^{238}\text{U}} \frac{e^{\lambda_{235}t} - 1}{e^{\lambda_{238}t} - 1}$$

Das Verhältnis von ^{235}U zu ^{238}U ist im ganzen Sonnensystem konstant und beträgt 1/137,88. Die Gleichung wird so umgestellt, dass die Blei-Verhältnisse auf der linken Seite stehen:

$$\frac{\left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H - \left(\frac{^{207}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I}{\left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_H - \left(\frac{^{206}\text{Pb}}{^{204}\text{Pb}}\right)_I} = \frac{1}{137,88} \frac{e^{\lambda_{235}t} - 1}{e^{\lambda_{238}t} - 1}$$

Diese Gleichung ist transzendent (nicht auflösbar) und kann nicht nach t aufgelöst werden. Lösen der Gleichung muss durch Iteration erfolgen (durch Annähern ausprobieren). Berechnen Sie das Alter der Erde auf zwei geltende Ziffern.

Das Blei-Initialverhältnis stellt somit das einzige verbliebene Problem dar. Patterson (1956) argumentierte, dass der Canyon-Diablo-Meteorit (vorliegende Fragmente des Eisenmeteoriten, der den Barringer Meteor Crater in Arizona erzeugt hat) sehr geringe Urangelhalte besitzt und daher das Initialverhältnis der Bleiisotope erhalten hat. Der Nuevo-Laredo-Meteorit (ein Steinmeteorit aus Mexiko) wies viel höhere Uran-Gehalte auf, so dass er zur Bestimmung der heutigen Bleiverhältnisse benutzt werden konnte. Nehmen Sie daher die Bleiverhältnisse des Nuevo-Laredo-Meteorits als heutigen Verhältnisse (**H**) und die des Canyon-Diablo-Meteorits als Initialverhältnisse (**I**) und berechnen Sie das Alter der Erde mit den unten angegebenen Werten von der Originalarbeit von Patterson (1956) sowie mit den genaueren Werten von Tatsumoto et al. (1973).

Benötigte Daten zur Berechnung des Erdalters:

Patterson (1956):

$$\lambda_{\text{U}235} = 9.72 \cdot 10^{-10} \text{ 1/a}; \quad \lambda_{\text{U}238} = 1.537 \cdot 10^{-10} \text{ 1/a}$$

Diablo Canyon: $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 9.46$ $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 10.34$
 Nuevo Laredo: $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 50.28$ $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 34.86$
 $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ heute = 137.8

Tatsumoto, Knight & Allegre (1973):

$$\lambda_{235} = 9.8485 \cdot 10^{-10} \text{ 1/a}; \quad \lambda_{238} = 1.5525 \cdot 10^{-10} \text{ 1/a}$$

Diablo Canyon: $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 9.307 \pm 0.006 (2\sigma)$ $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 10.294 \pm 0.006 (2\sigma)$
 Nuevo Laredo: $^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 222.38 \pm 1.07 (1\sigma)$ $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = 140.05 \pm 0.69 (1\sigma)$
 $^{238}\text{U}/^{235}\text{U}$ heute = 137.88

2.3. Masse und Dichte der Erde

Die erste Bestimmung der Erdmasse bzw. -dichte fand durch Henry Cavendish statt. Er führte das berühmte Gravitationswaagenexperiment 1797 nach dem Konzept des Geologen John Michell durch. Nach der heutigen Konvention bestimmte er dadurch die *Gravitationskonstante G*. Der von ihm berechnete Wert unterscheidet sich nur etwa 1% von dem heute akzeptierten Wert von $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$.

- Berechnen Sie die Masse der Erde (M_{\oplus}). Welche Parameter benötigen Sie außer **G** noch?
- Nehmen Sie an, dass die Erde eine perfekte Kugel ist. Berechnen Sie die durchschnittliche Dichte der Erde (ρ_{\oplus}).

2.4. Dichtemodell der Erde

Die Dichteverteilung kann viele relevante Hinweise auf die Struktur und die Zusammensetzung der Erde geben. Wir wollen nun ein einfaches Dichtemodell der Erde erstellen. Nehmen Sie eine Aufteilung der Erde in Kruste, Mantel und Kern an. Alle diese Bereiche können als Kugelschalen angenähert werden.

- a) Welche Gesteine können für diese Bereiche als charakteristisch angenommen werden? Welche Dichte haben diese Gesteine (an der Erdoberfläche)?
- b) Berechnen Sie die Durchschnittsdichte dieses Dichtemodells und vergleichen Sie das Ergebnis mit der aus dem Cavendish-Experiment berechneten Durchschnittsdichte der Erde. Stimmen diese Werte überein?
- c) Welche Schlüsse können Sie daraus ziehen?
- d) Welche anderen Randbedingungen könnten herangezogen werden, um die Dichteverteilung der Erde weiter einzugrenzen?

Dichtemodell:

	Kruste	Mantel	Kern
charakteristisches Gestein			
Dichte			
äußerer Radius			

Durchschnittsdichte des Modells:

2.5. Geotherm

- a) Schätzen Sie die Temperatur im Zentrum der Erde ab unter der Annahme, dass der oberflächennahe Geotherm von 20-30°C/km für die gesamte Erde konstant ist. Ist dieser Wert realistisch? Warum (nicht)?
- b) Was könnte der Grund dafür sein, dass der Geotherm im Mantel eine geringere Steigung hat?